

Barem teorie juniori

Subiectul I

1. (2.5p) Determinați longitudinea ecliptică a Soarelui la trecerea prin perigeu și apogeu, presupunând că mișcarea lui pe ecliptică este uniformă.

Rezolvare: Soarele e la perigeu în 3 ianuarie și la apogeu în 3 iulie. Perioada mișcării Soarelui pe ecliptică este de 365,2422 zile solare medii, viteza unghiulară medie a Soarelui pe ecliptică $360^\circ/365,2422=0,986^\circ/\text{zi}$.

Longitudinea ecliptică se măsoară pe ecliptică de la punctul vernal pozitiv spre răsărit. De la momentul trecerii Soarelui prin punctul vernal, la 21 martie, până când ajunge la apogeu, în 3 iulie trec 103 zile, deci longitudinea ecliptică a Soarelui este $101,52^\circ$, aproximativ 102° .

De la momentul trecerii Soarelui prin punctul vernal, până în 3 ianuarie trec 288 zile, longitudinea ecliptică a Soarelui este $283,86^\circ$, aproximativ 284° .

Barem de notare:

Viteza unghiulară medie a Soarelui pe ecliptică $360^\circ/365,2422=0,986^\circ/\text{zi}$0,5 puncte
Longitudinea ecliptică se măsoară pe ecliptică de la punctul vernal pozitiv spre răsărit. Soarele trece prin punctul vernal la 21 martie, atunci longitudinea lui este 0°0,5 puncte
La 3 (4) ianuarie Soarele este la perigeu, longitudine estimată 102°0,5 puncte
La 3 (4) iulie Soarele este la apogeu, longitudine estimată 284° (285°).....0,5 puncte
Oficiu..... **0,5 puncte**
Total..... **2,5 puncte**

2. (2.5p) Într-o dimineață de primăvară, înainte de răsăritul Soarelui, un vânător intră în pădure în direcția stelei Polare. El iese din pădure după răsăritul Soarelui. Cum poate să-și găsească drumul înapoi folosind Soarele pentru a se orienta?

Rezolvare: Fiind o dimineață de primăvară Soarele răsare aproape de punctul cardinal est. La intrarea în pădure vânătorul a mers spre Nord, iar la ieșire trebuie să meargă spre Sud. Primăvara punctul de răsărit al Soarelui este spre est, de aceea Soarele trebuie să fie în stânga vânătorului.

Barem de notare:

La intrare merge spre Polară, stea care indică nordul.....0,5 puncte
La ieșire trebuie să vină spre sud.....0,5 puncte
Primăvara punctul de răsărit al Soarelui este spre est, Soarele e în stânga vânătorului1 punct
Oficiu.....**0,5 puncte**
Total.....**2,5 puncte**

3. (2.5p) Aflați aproximativ masa Soarelui cunoscând perioada orbitală a Pământului în jurul Soarelui, $P = 365,24636$ zile, semiaxa mare a orbitei terestre, $a = 149600000$ km și constanta atracției universale $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N m²/kg².

Rezolvare: Din legea a treia a lui Kepler

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G(M_s + M_p)}$$

unde P este perioada orbitală a Soarelui, a semiaxa mare a orbitei lui, iar G este constanta atracției gravitaționale, putem afla masa Soarelui. Neglijând masa Pământului M_p în raport cu masa Soarelui, masa Soarelui este aproximativ

$$M_s \cong \frac{4\pi^2 \cdot a^3}{G \cdot P^2} = \frac{4 \cdot (3.14)^2 \cdot (1,496 \cdot 10^{11})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot (365,24636 \cdot 86400)^2} = 1,98 \cdot 10^{30} \text{ kg} \cong 2 \cdot 10^{30} \text{ kg} .$$

Barem de notare:

| | |
|---|-------------------|
| Scrierea corectă a legii a treia a lui Kepler..... | 0,5 puncte |
| Înlocuirea corectă a mărimilor în legea lui Kepler..... | 1 punct |
| Finalizarea calculelor..... | 0,5 puncte |
| Oficiu..... | 0,5 puncte |
| Total..... | 2,5 puncte |

4. (2.5p) Magnitudinea aparentă a unei stele pulsante se modifică cu o clasă de magnitudine între maximum și minimum strălucirii ei. Presupunând că în timpul pulsației temperatura stelei rămâne constantă aflați raportul dintre raza maximă și minimă a stelei.

Rezolvare: Între strălucirea s și luminozitatea stelei L are loc relația $s = \frac{L}{4 \cdot \pi \cdot d^2}$, unde d este distanța de la stea la observator rămâne constantă în timpul pulsației stelei. Luminozitatea stelei

$L = 4\pi \cdot R^2 \cdot \sigma T^4$ variază datorită variației razei stelei. Astfel $\frac{s_{\max}}{s_{\min}} = 10^{-0,4(m_{\max} - m_{\min})}$

unde $m_{\max} - m_{\min} = -1$, iar $\frac{s_{\max}}{s_{\min}} = \left(\frac{R_{\max}}{R_{\min}}\right)^2 = 2,5$. Raportul razelor devine $\frac{R_{\max}}{R_{\min}} = 1,585 \cong 1,6$.

Barem de notare:

| | |
|---|-------------------|
| Legătura dintre strălucirea și luminozitatea unei stele..... | 0,25 puncte |
| Legătura dintre magnitudinea și strălucirea stelelor..... | 0,25 puncte |
| Înlocuirea corectă a diferenței magnitudinilor pulsante..... | 0,5 puncte |
| Legătura dintre raportul strălucirii și razelor stelelor..... | 0,5 puncte |
| Raportul razelor..... | 0,5 puncte |
| Oficiu..... | 0,5 puncte |
| Total..... | 2,5 puncte |

Subiectul II

10p. Pământul este un corp opac, de aceea pe direcția Soarelui, în sens opus lui, se formează un con de umbră în care nu ajung razele de lumină ale Soarelui. Conul de umbră geometric al Pământului este mărginit de razele de lumină ale Soarelui, tangente la suprafața Pământului. Datorită refracției astronomice razele Soarelui sunt deviate la trecerea prin atmosfera terestră cu aproximativ 1° . Conul de umbră real al Pământului este mărginit de razele de lumină ale Soarelui curbate la trecerea prin atmosferă.

a. Cunoscând distanța medie de la Pământ la Soare 149,6 milioane de km și raza Soarelui 696000 km aflați, exprimată în raze terestre, înălțimea conului de umbră geometric al Pământului și înălțimea conului de umbră real al Pământului exprimată în raze terestre. Raza Pământului este egală cu 6371 km.

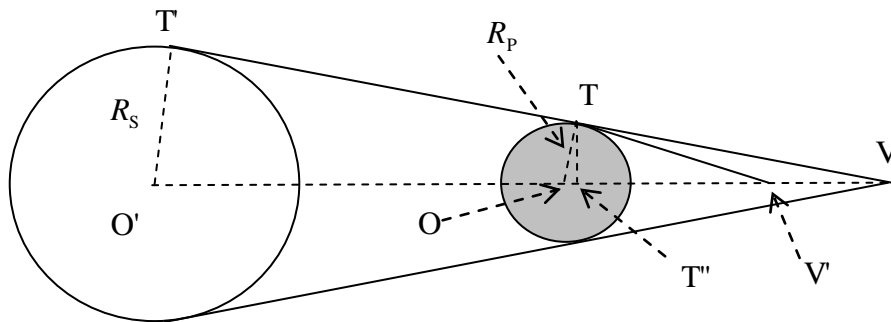
b. Știind că distanța medie dintre Lună și Pământ este 384400 km stabiliți dacă Luna trece prin conul de umbră real al Pământului. Ce legătură există între rezultatul obținut și aspectul Lunii în timpul fazei totale a eclipselor de Lună?

Rezolvare: a.)

Din asemănarea triunghiurilor VOT cu VO'T' rezultă că $\frac{VO}{VO'} = \frac{R_p}{R_s}$, unde R_p este raza Pământului,

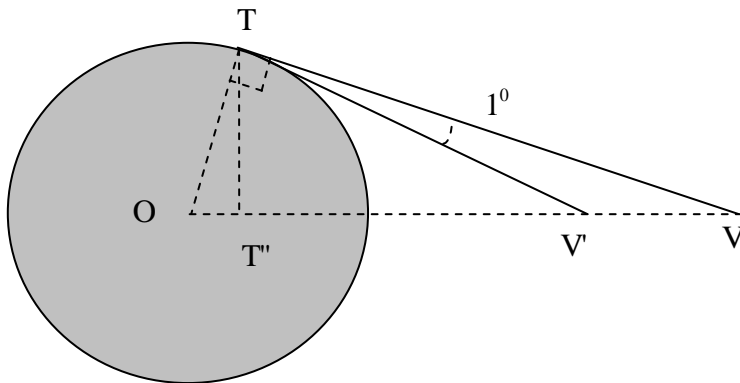
iar R_s este raza Soarelui. Din proporții derivate găsim

$$VO = \frac{OO'}{R_S - R_p} \cdot R_p = 216,928R_p \approx 217R_p.$$



Dacă notăm cu V' vârful conului de umbră adevărat al Pământului, atunci

$$\frac{OT}{\sin(TV'O)} = \frac{OV'}{\sin(OTV')} = \frac{TV'}{\sin(TOV')}.$$



Din primele două rapoarte $V'O = \frac{\sin(OTV')}{\sin(TV'O)} \cdot R_p$.

Măsura unghiului OTV' este egală cu cea a lui TOV , de aceea, revenim în triunghiul TOV și calculăm măsura unghiurilor:

$$\cos(VOT) = \frac{OT}{VO} = \frac{1}{217} = 0,0046 \Rightarrow m(VOT) = 89,7358^\circ$$

$$m(TV'O) = 90^\circ - m(VOT) + 1^\circ = 1,264^\circ.$$

$$\text{Rezultă că } V'O = \frac{0,9998}{0,22} \cdot R_p = 45R_p.$$

b.) Distanța medie de la Pământ la Lună este aproximativ 60 raze terestre. Luna trece doar prin conul de umbră geometric al Pământului, de aceea Luna este vizibilă în timpul totalității eclipselor de Lună, culoarea ei roșiatică provenind de la refracția diferențiată a razelor Soarelui la trecerea prin atmosfera Pământului.

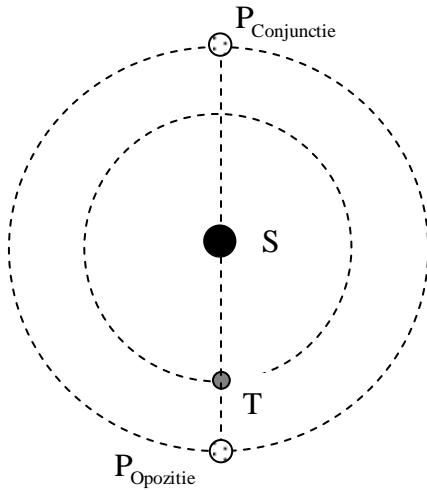
Barem de notare:

| | |
|---|------------------|
| Aflarea corectă a înălțimii conului de umbră..... | 3 puncte |
| Determinarea înălțimii conului de umbră real..... | 4 puncte |
| Exprimarea razei orbitei lunare în raze terestre..... | 1 punct |
| Consecințe asupra eclipselor totale de Lună..... | 1 punct |
| Oficiu..... | 1 punct |
| Total..... | 10 puncte |

Subiectul III

10p Cât timp trece între conjuncția și opoziția unei planete, dacă strălucirea ei crește astfel încât magnitudinea ei se modifică cu 0,85 clase de magnitudine în acest interval de timp. Presupuneți că planeta se mișcă pe o orbită circulară în planul eclipticii. Despre ce planetă este vorba?

Rezolvare:



Notăm cu a semiaxa mare a orbitei planetei observate. Atunci distanța planetă Pământ la conjuncție este $d_c = 1u.a. + a$, iar la opoziție $d_o = a - 1u.a.$

Raportul dintre strălucirea planetei la conjuncție și opoziție este $\frac{s_c}{s_o} = \frac{L}{4\pi d_c^2} \cdot \frac{4\pi d_o^2}{L} = \left(\frac{d_o}{d_c}\right)^2$.

Între stălucire și magnitudine aparentă este relația $\frac{s_c}{s_o} = 10^{-0,4 \cdot (m_c - m_o)}$

unde $m_c - m_o = 0,85$. Rezultă raportul celor două distanțe $\frac{d_o}{d_c} = 0,676$ și $a = 5,174$ u.a., aproximativ

5,2 unități astronomice, distanța medie Soare-Jupiter.

Din legea a treia a lui Kepler, scrisă în sistemul solar, găsim

$$P = \sqrt{a^3} = 11,77 \text{ ani siderali.}$$

Perioada sinodică a planetei, notată S , este dată de $\frac{1}{S} = \frac{1}{P_p} - \frac{1}{P}$, planetă exterioară, unde P_p este 1

an sideral. Rezultă $S = 1,092 \cdot 365,24636 \text{ zile} = 399,163$ zile solare medii.

Între opoziție și conjuncție trec $S/2$ zile, adică aproximativ 200 de zile.

Barem de notare:

- Relațiile dintre distanța la conjuncție și opoziție, unitatea astronomică și semiaxa mare a orbitei planetei2 puncte
- Legătura dintre strălucirea și distanța planetei la opoziție și conjuncție1 punct
- Legătura dintre magnitudinea și strălucirea planetei la conjuncție și opoziție2 puncte
- Aflarea perioadei siderale a planetei din legea a treia a lui Kepler.....2 puncte
- Aflarea perioadei sinodice a planetei2 puncte

Oficiu.....1 punct

Total.....10 puncte